INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2008

Prof. Jürgen Stilck

Solução do 2º Teste

a) O conjunto de dois sistemas está isolado, logo $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$. Vamos calcular as variações de energia interna:

$$\Delta U_1 = \int_{T_1}^{T_f} C_V dT = C_V(T_f - T_1).$$

$$\Delta U_1 = \int_{T_2}^{T_f} C_V dT = C_V(T_f - T_2).$$

Assim, teremos $\Delta U = C_V(T_f - T_1 + T_f - T_2) = 0$, o que leva a:

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2},$$

resultado esse bastante intuitivo. Vamos calcular agora a variação de entropia:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_V \left(\int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T} \right) =$$

$$C_V \left[\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \right] =$$

$$C_V \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right).$$

Substituindo a temperatura final calculada acima, teremos:

$$\Delta S = C_V \ln\left[\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}\right].$$

Para mostrar que isso é positivo caso $T_1 \neq T_2$, basta mostramos que o argumento do logaritmo é maior que um. Vamos calcular:

$$(T_1+T_2)^2 - 4T_1T_2 = T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2 = (T_1-T_2)^2,$$

provando que $(T_1+T_2)^2 > 4T_1T_2$ e portanto que $\Delta S > 0$ se $T_1 \neq T_2$.

b) O máximo trabalho é extraido do sistema quando $\Delta S = 0$. Pelo resultado acima, nesse caso a temperatura final é $T_f = \sqrt{T_1T_2}$. Podemos, então, calcular o máximo trabalho extraido:

$$\Delta U = C_V(2\sqrt{T_1T_2} - T_1 - T_2).$$

Note que nesse caso a temperatura final é a média geométrica das temperaturas iniciais, enquanto para o sistema isolado ela é a média aritmética. Usando o mesmo argumento apresentado acima, podemos ver que a temperatura final no caso do sistema isolado é sempre maior que aquela para a situação de extração máxima de trabalho, o que implica $\Delta U < 0$ na segunda situação, ou seja, o trabalho realizado é positivo.